

ÉNONCÉ TD - O4

ONDES PROGRESSIVES

Ex. n°1 • Équation d'une OP



4103

1) Parmi les signaux suivants, lesquels sont des ondes progressives ? Pour ces derniers, préciser le sens de propagation.

[1] $s_1(x, t) = A \cos(kx - 2\pi ft)$

[2] $s_2(x, t) = A \sin(kx) \sin(\omega t)$

[3] $s_3(x, t) = A e^{-\lambda t} \cos(\omega t - kx)$

[4] $s_4(x, t) = A e^{\omega t - kx} \cos(\omega t - kx)$

[5] $s_5(x, t) = A_1 \sin(\omega_1 t - k_1 x) + A_2 \sin(\omega_2 t - k_2 x)$

[6] $s_6(x, t) = A \sin(\omega t - kx) + A \sin(2\omega t - 2kx)$

2) On donne le profil spatial $s(x, t = 0)$ d'une onde progressive en $t = 0$ qui se propage dans le sens des x croissants. Déterminer $s(x, t)$.

$$s(x, t = 0) = A e^{-(kx)^2}$$

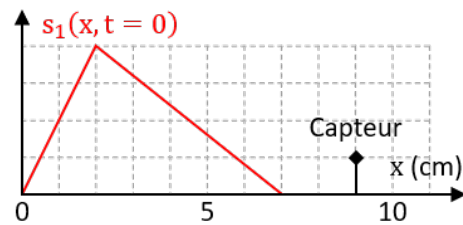
3) On donne le profil temporel $s(x = 0, t)$ d'une onde progressive en $x = 0$ qui se propage dans le sens des x décroissants. Déterminer $s(x, t)$.

$$s(x = 0, t) = A \cos^2(\omega t)$$

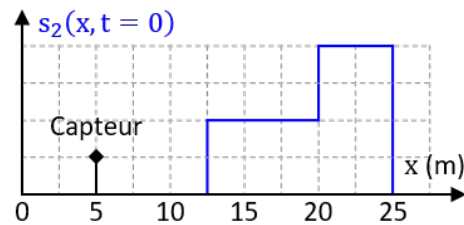
Ex. n°2 • Représentations temporelle et spatiale d'une OP



7904



Propagation vers les x croissants
avec $c = 2 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$



Propagation vers les x décroissants
avec $c = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Une onde progressive se propage le long d'une corde à la célérité c . On donne à $t = 0$ l'allure du signal. Pour chacun de ces deux signaux :

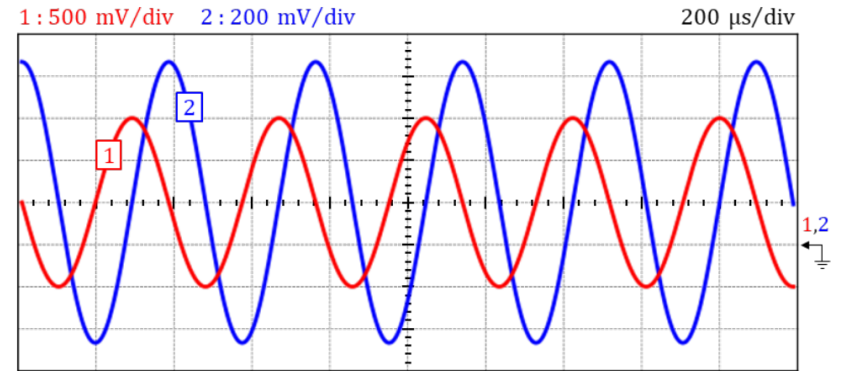
- 1) Représenter le signal à l'instant $t = 2 \text{ s}$.
- 2) À quel instant le front du signal arrive-t-il au niveau du capteur ?
- 3) Tracer le chronogramme du signal reçu par le capteur.

Ex. n°3 • Lecture d'un oscillogramme



1163

1) À partir de l'oscillogramme représenté ci-dessous, donner pour chaque signal : l'amplitude, la valeur moyenne, la période, la fréquence et la pulsation.



Remarque : le symbole à droite du graphique indique où se trouve le zéro de chaque signal.

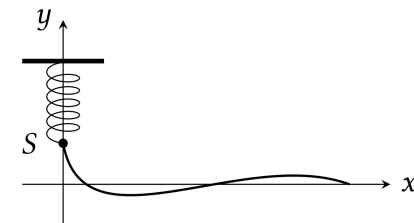
- 2) Lequel des deux signaux est en avance de phase ?
- 3) Donner le déphasage entre les deux signaux.

Ex. n°4 • Onde sur une corde



5965

On considère une corde tendue à l'horizontale, dont l'une des extrémités est attachée au bas d'un ressort vertical.



À l'instant $t = 0$, une petite impulsion est donnée au point S de sorte qu'il oscille verticalement de manière amortie :

$$y_S(t) = H e^{-t/\tau} \sin(\omega t)$$

- 1) Représenter la corde à un instant $t > 0$ et la position $y_M(t)$ d'un point M quelconque au cours du temps.
- 2) Donner l'expression de l'ébranlement $\xi(x, t)$, c'est-à-dire l'écart entre la position à l'instant t et la position d'équilibre du point de la corde d'abscisse x .

Ex. n°5 • Ondes progressives harmoniques



0977

- 1) Déterminer la célérité du signal $s_1(x, t)$.

$$s_1(x, t) = 5 \sin(2,4 \times 10^3 \pi t - 7,0 \pi x)$$

- 2) Une onde sinusoïdale $s_2(x, t)$ se propage dans la direction des x croissants avec une célérité c . En $x = 0$, on donne :

$$s_2(0, t) = s_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

Déterminer $s_2(x, t)$ et tracer l'allure du signal temporel perçu en $x = \lambda/4$.

- 3) Le signal $s_2(x, t)$ se réfléchit sur un mur placé en $x = L$. On admet que l'onde résultante (somme de l'onde incidente et de l'onde réfléchie) en $x = L$ est d'amplitude nulle. Donner l'expression de l'onde réfléchie $s_{2r}(x, t)$.

- 4) Une onde sinusoïdale $s_3(x, t)$ se propage dans la direction des x décroissants avec une célérité c . En $t = 0$, on donne :

$$s_3(x, 0) = s_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Déterminer $s_3(x, t)$ et tracer le profil spatial de l'onde à $t = T/4$.

Ex. n°6 • Retard dû à la propagation



8639

On aligne sur un même axe (Ox) un émetteur d'ultrasons et deux récepteurs. L'émetteur envoie une OPH de fréquence $f = 40$ kHz qui se propage avec une vitesse de phase $c = 340$ m · s⁻¹.

Les deux récepteurs sont initialement placés au même endroit.

- 1) De quelle distance faut-il reculer l'un des récepteurs pour que les signaux reçus soient en phase ? On fera apparaître un entier naturel p .

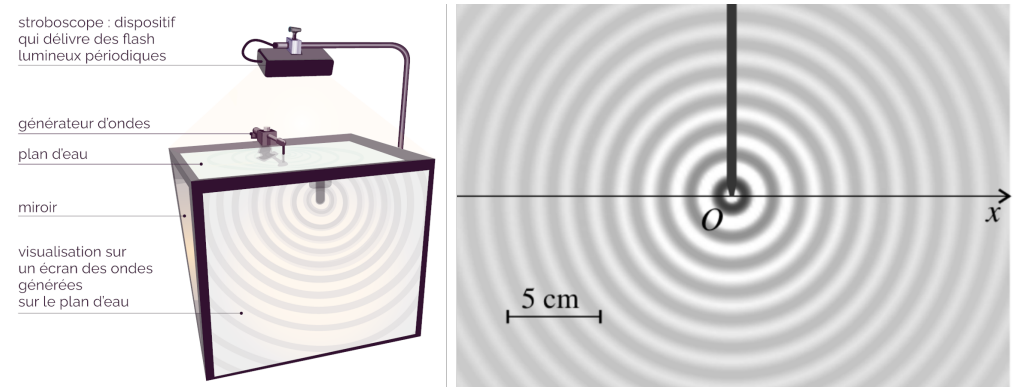
- 2) Même question pour que les signaux soient en opposition de phase.

Ex. n°7 • Propagation sur une cuve à ondes



1055

Une cuve à ondes est un dispositif expérimental permettant de visualiser les ondes à la surface d'une couche d'eau de faible épaisseur (typiquement 1 cm). Les oscillations d'une pointe vibrante mettent la surface en mouvement et, par un jeu de miroirs, on obtient une image de la surface de l'eau. En synchronisant la fréquence des flashes du stroboscope avec celle de la pointe, l'image apparaît fixe. Elle est claire là où la surface de l'eau est convexe (en bosse) et foncée là où elle est concave (en creux). Ainsi, le niveau de gris indique la hauteur d'eau dans la cuve.



- 1) Le vibreur oscille à $f = 20$ Hz. En mesurant sur la figure, déterminer la longueur d'onde. En déduire la célérité.
- 2) Supposons que l'onde soit harmonique, d'amplitude A_0 imposée par la pointe. Donner une expression mathématique pour la variation de hauteur d'eau $h(x, t)$ par rapport à l'équilibre. Distinguer les cas $x > 0$ et $x < 0$. Pourquoi cette modélisation n'est-elle pas satisfaisante ?

Une forme d'onde plus pertinente est celle d'une onde circulaire, écrite en coordonnées polaires de centre O :

$$h(r, t) = A(r) \cos(\omega t - kr)$$

La conservation de l'énergie d'une vaguelette implique que l'énergie moyenne traversant un cercle de rayon r est indépendante de r , ce qui se traduit mathématiquement par :

$$\int_0^{2\pi} \langle h^2(r, t) \rangle r d\theta = cte$$

- 3) En déduire l'expression de $A(r)$, sachant que la pointe de rayon b oscille avec une amplitude A_0 .

Ex. n°8 • Corde de guitare



8622

On étudie le son émis par une corde de guitare de La₃ de longueur $L = 64,2$ cm, en acier, de masse linéique $\mu = 3,0 \text{ g} \cdot \text{m}^{-1}$, tendue avec une tension $T = 958 \text{ N}$.

1) Déterminer, par analyse dimensionnelle, l'expression de la célérité de l'onde le long de la corde en fonction de T et μ . On admet que la constante de proportionnalité vaut 1.

2) Quelle est la fréquence du son émis par la corde ?

Ex. n°9 • Double haut-parleur



1792

Deux haut-parleurs identiques sont placés face-à-face, séparés d'une distance $d = 120$ cm. Ils émettent le même son, sinusoïdal, de même fréquence $f = 1,68 \text{ kHz}$, de même amplitude et en phase.

On donne la célérité des ondes sonores dans l'air : $c = 336 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

On place un microphone sur l'axe reliant les deux haut-parleurs. En déplaçant ce microphone, l'amplitude du signal reçu varie.

Le micro est placé (sur l'axe reliant les deux haut-parleurs) à 40 cm d'un haut-parleur. L'amplitude reçue est-elle maximale, minimale ou intermédiaire ?

Ex. n°10 • La flûte de Pan



0334

La flûte de Pan est un instrument de musique à vent composé d'un ensemble de tuyaux sonores de longueurs différentes assemblés par des ligatures. Chaque tuyau possède une extrémité à l'air libre et l'autre est fermée.

Les sons émis sont produits par les vibrations des colonnes d'air contenues dans les différents tuyaux. La hauteur du son émis dépend de la longueur du tuyau : un long tuyau produit un son plus grave qu'un tuyau court.

Nous considérons l'un des tuyaux, fermé en $x = 0$ et ouvert en $x = L$, et cherchons une solution de type stationnaire pour la suppression acoustique dans ce tuyau :

$$P(x, t) = P_0 \cos(kx + \varphi) \cos(\omega t + \phi)$$



où ω est la pulsation de l'onde et $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ sa longueur d'onde.

La célérité du son dans l'air est $c = 342 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

1) Qu'appelle-t-on nœuds et ventres de vibration ?

2) Montrer que deux nœuds ou deux ventres successifs sont distants de $\lambda/2$, et qu'un nœud et un ventre successifs sont distants de $\lambda/4$.

En $x = 0$, à l'extrémité fermée des tuyaux de la flûte de Pan se situe un ventre de vibration, tandis qu'en $x = L$, à l'extrémité ouverte des tuyaux (où l'on souffle) se situe un nœud de vibration.

3) Quelles sont les fréquences propres du tuyau ?

4) Quelle longueur L doit posséder le tuyau pour émettre un Do₃ de fréquence 262 Hz ?

Ex. n°11 • Four à micro-ondes



0337

Un four à micro-ondes fonctionne à la fréquence $f = 2,45 \text{ GHz}$.

Quelle est la longueur d'onde de ces ondes électromagnétiques ? La comparer à la taille du four : est-il possible qu'il s'installe un système d'ondes stationnaires ? Cela est-il gênant pour la cuisson des aliments ?

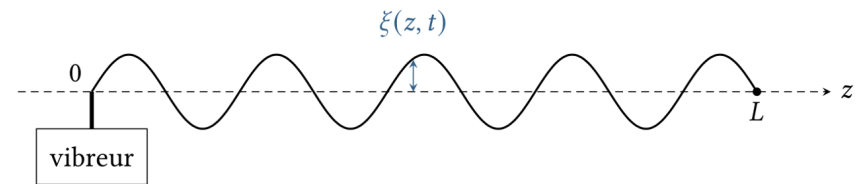
Ex. n°12 • Corde de Melde



9217

On s'intéresse dans cet exercice à l'expérience de la corde de Melde : une corde tendue de longueur L est fixée à son extrémité située en $z = L$. Un vibreur impose en $z = 0$ une oscillation sinusoïdale de pulsation ω , générant une onde progressive harmonique sur la corde. Lorsque cette onde atteint l'extrémité fixe en $z = L$, elle se réfléchit avec la même amplitude et un déphasage noté 2ϕ , et se superpose à l'onde incidente. On écrit l'onde incidente et l'onde réfléchie sous la forme :

$$\xi_i(z, t) = a \cos(\omega t - kz - \phi) \quad \text{et} \quad \xi_r(z, t) = a \cos(\omega t + kz + \phi)$$



1) Exprimer l'onde totale $\xi(z, t)$ sur la corde. S'agit-il d'une onde progressive ?

2) Montrer que certains points de la corde, appelés nœuds, ne vibrent pas du tout,

alors que d'autres, appelés ventres, vibrent avec une amplitude maximale. Interpréter qualitativement. Déterminer leurs positions en fonction de la longueur d'onde. Quelle distance sépare deux nœuds ou deux ventres consécutifs ?

On suppose dans un premier temps que l'amplitude de vibration imposée par le vibreur est négligeable : on a donc $\xi(0,t) = \xi(L,t) = 0$.

3) Montrer que $\phi = -\pi/2$ convient.

4) En déduire que l'onde ne peut exister que si le vecteur d'onde k prend certaines valeurs discrètes, à exprimer en fonction de L et d'un entier $n > 0$. En déduire les fréquences correspondantes. Ces ondes sont appelées modes propres de la corde, et les fréquences associées sont appelées fréquences propres.

5) Représenter l'allure de la corde à différents instants pour $n = 3$.

Le fait que seules certaines fréquences puissent donner lieu à des ondes existant sur la corde est peu réaliste : il est nécessaire de prendre en compte l'amplitude de vibration du vibreur $\xi(0,t) = A \cos(\omega t)$.

6) Montrer que :

$$\xi(z,t) = A \frac{\sin(k(L-z))}{\sin(kL)} \cos(\omega t)$$

7) Déterminer le nombre de nœuds observables sur la corde en fonction de la fréquence d'excitation.

8) Qu'observe-t-on lorsque la fréquence imposée par le vibreur est une fréquence propre de la corde ?

ÉLÉMENTS DE CORRECTION

- 1

1) Oui, non, non, oui, non, oui

2) $s(x,t) = A e^{-(kx-\omega t)^2}$

3) $s(x,t) = A \cos^2(\omega t + kx)$
- 2

1) Cf. correction

2) $t_1 = 1$ s et $t_2 = 0,75$ s

3) Cf. correction

3

1) Cf. correction
- 2) 1

3) 90°

4

1) Cf. correction

2) $\xi(x,t) = H e^{-(t-x/c)/\tau} \sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$ pour $x \leq ct$

5

1) $c = 340$ m · s⁻¹

2) $s_2(x,t) = s_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - kx\right)$ et $s_2\left(\frac{\lambda}{4},t\right) = s_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$

3) $s_{2r}(x,t) = -s_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + k(x-2L)\right)$

4) $s_3(x,t) = s_0 \cos\left(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$ et $s_3\left(x,\frac{T}{4}\right) = -s_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

6

1) $x = p\lambda$

2) $x = \left(p + \frac{1}{2}\right)\lambda$

7

1) $c = \lambda f = 0,30$ m · s⁻¹

2) $h_{\pm}(x,t) = A_0 \cos(\omega t \mp kx + \phi)$

3) $A(r) = A_0 \sqrt{\frac{b}{r}}$

8

1) $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

2) $f_1 = 440$ Hz

9

Maximale

10

1) Cf. correction

2) Solution

3) $f_n = \frac{c}{\lambda_n} = \left(2n-1\right)\frac{c}{4L}$

4) $L = 32,6$ cm

11

$\lambda = 12,2$ cm

12

1) $\xi(z,t) = 2a \cos(\omega t) \cos(kz + \phi)$

2) $a(z) = 2a |\cos(kz + \phi)| \geq 0$
- 3) $a(z) = 2a |\sin(kz)|$

4) $k_n = \frac{n\pi}{L}$

5) Cf. correction

6) Cf. correction

7) $N = \left\lfloor \frac{2Lf}{c} \right\rfloor + 1$

8) Cf. correction
- N. Perrissin | 2026/2027 | TPC1, Mermoz
- Page n°4/4